

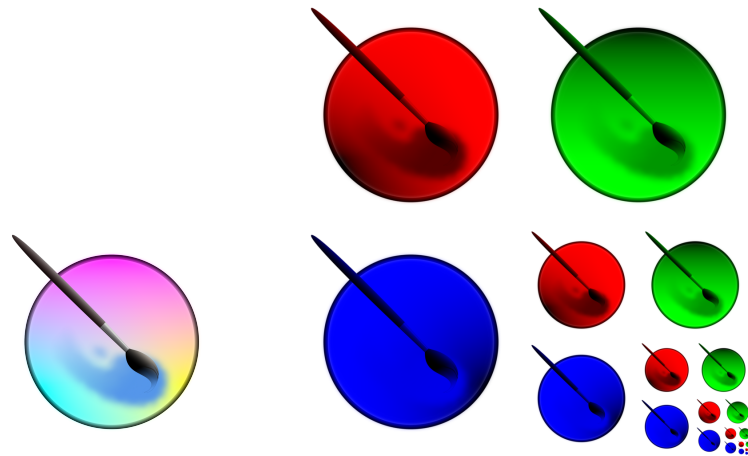
Solution du devoir 1

Auteur : Prénom Nom (Code permanent)

1. (15 points) Écrivez un programme qui prend en entrée une image RGB de format $2^d \times 2^d$ et qui produit une image de format $2^{d+1} \times 2^{d+1}$ qui stocke les canaux rouge, vert et bleu de l'image pour les dimensions $2^i \times 2^i$, où $i = 0, 1, \dots, d$.

Votre programme doit être un script shell qui fait appel aux programmes `convert` et `montage` de ImageMagick ou un programme dans votre langage préféré (par exemple Python) qui fait appel à une bibliothèque qui interface avec ImageMagick (par exemple, `pyimgmagick`).

Ainsi, on s'attend à obtenir l'image de droite suivante lorsqu'on utilise comme entrée le logo de Krita (image de gauche):



Solution: Ajouter votre solution ici

2. (30 points) Dans cette question, on s'intéresse au calcul de l'intersection entre une droite et un cercle.

Remarque: Ne confondez pas *cercle* et *disque*. Un *cercle* est une courbe alors qu'un *disque* est une surface.

- (a) (10 points) Donnez le pseudocode d'une fonction

fonction RACINES(a, b, c : réels) : ensemble de réels

qui retourne toutes les solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

Remarque. Le nombre de solutions est 0, 1 ou 2.

Solution: Ajouter votre solution ici

- (b) (10 points) Soit C un cercle de centre A et de rayon r . Soit D une droite de vecteur directeur \vec{u} passant par le point P_0 . Rappelons qu'un point P se trouve sur C si et seulement si

$$\|P - A\|^2 = r^2 \quad (1)$$

et que P se trouve sur D si et seulement s'il existe un réel t tel que

$$P = P_0 + t\vec{u} \quad (2)$$

Montrez que P se trouve simultanément sur C et sur D si et seulement s'il existe un réel t tel que $P = P_0 + t\vec{u}$ et

$$[\|\vec{u}\|^2] t^2 + [2(P_0 - A) \cdot \vec{u}] t + [\|P_0 - A\|^2 - r^2] = 0. \quad (3)$$

Indice. Vous pouvez utiliser les propriétés suivantes du produit scalaire et de la norme sans les démontrer:

- (carré de la norme) $\|\vec{u}\|^2 = \vec{u} \cdot \vec{u}$
- (commutativité) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- (distributivité) $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w}$

Solution: Ajouter votre solution ici

- (c) (10 points) Dédurre des deux questions précédentes le pseudocode d'une fonction

fonction INTERSECTION(C : cercle, Δ : droite) : ensemble de points

qui retourne l'ensemble des points qui se situent à l'intersection du cercle C de centre A de rayon r , et de la droite Δ passant par le point P_0 de vecteur directeur \vec{u} .

Remarque 1. Vous pouvez supposer que les opérations habituelles sur les points et sur les vecteurs (addition, soustraction, produit scalaire, norme, etc.) sont disponibles.

Remarque 2. Vous pouvez utiliser la notation $C.A$, $C.r$, $\Delta.P_0$ et $\Delta.\vec{u}$ pour accéder aux différents paramètres du cercle et de la droite.

Solution: Ajouter votre solution ici

3. (20 points) Écrivez un script Blender qui génère un maillage ayant la forme d'une grille comme celle illustrée à la figure 1.

Les paramètres à prendre en compte sont les suivants:

- Le nombre de rangées r ;
- Le nombre de colonnes c ;
- L'épaisseur des barreaux b ;
- L'épaisseur des trous t .

Remarque. Il n'y a aucune contrainte sur l'utilisation d'opérateurs disponibles dans Blender (par exemple une extrusion).

Solution: Ajouter votre solution ici

4. (35 points) Soient

- C un point de \mathbb{R}^3 ;
- $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$ deux vecteurs unitaires orthogonaux, c'est-à-dire que $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 1$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$, puis
- $R > 0$ un nombre réel.

Considérez la fonction vectorielle

$$\vec{r}(t) = C + (R \cos t) \vec{u} + (R \sin t) \vec{v}, \quad 0 \leq t < 2\pi.$$

- (a) (5 points) En utilisant votre logiciel préféré, dessinez la courbe paramétrée par $\vec{r}(t)$ lorsque $C = (0, 0, 0)$, $R = 1$, $\vec{u} = (1, 0, 0)$ et $\vec{v} = (0, 1, 0)$.

Solution: Ajouter votre solution ici

- (b) (5 points) Même question en prenant $C = (1, 1, 1)$, $R = 2$, $\vec{u} = (1, 1, 1)/\sqrt{3}$ et $\vec{v} = (1, -1, 0)/\sqrt{2}$.

Solution: Ajouter votre solution ici

- (c) (10 points) Montrez que la courbe décrite par la fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ se trouve sur la sphère de centre C de rayon R .

Indice. Il suffit de montrer que $\|\vec{r}(t) - C\|^2 = R^2$ pour tout $t \in \mathbb{R}$.

Solution: Ajouter votre solution ici

- (d) (10 points) Montrez que la courbe décrite par la fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ se trouve dans le plan passant par le point C de vecteur normal $\vec{u} \times \vec{v}$.

Indice. Il suffit de montrer que $(\vec{r}(t) - C) \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = 0$ pour tout $t \in \mathbb{R}$.

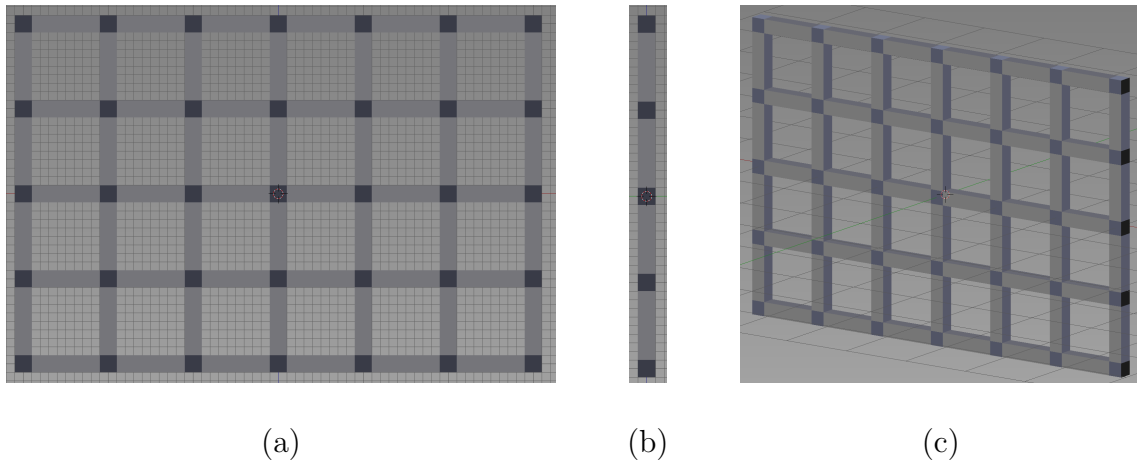


Figure 1: Maillage en forme de grille avec les paramètres $r = 4$, $c = 6$, $b = 0.2$ et $t = 0.8$. (a) Vue de face. (b) Vue de côté. (c) Vue en angle.

Solution: Ajouter votre solution ici

- (e) (5 points) En déduire une description textuelle de ce qu'est la courbe décrite par $\vec{r}(t)$ peu importe C , \vec{u} , \vec{v} et R .

Solution: Ajouter votre solution ici